



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID  
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR  
DE  
INGENIEROS DE MINAS  
-----

Ríos Rosas, 21  
28003 MADRID.

**DEPARTAMENTO DE**  
**MATEMÁTICA APLICADA Y MÉTODOS INFORMÁTICOS**

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

***ANÁLISIS NUMÉRICO***

**Curso** : 3<sup>o</sup>  
**Cuatrimestre** : 2<sup>o</sup>  
**Carácter** : Obligatoria

**Créditos totales**  
Teóricos : 2,2  
Prácticos : 2,3

**PLAN DE ESTUDIOS 1996**

Edición 1: 1999.09.20

## ANÁLISIS NUMÉRICO: PROGRAMA

### *a) OBJETIVOS Y CONTENIDOS*

#### **BLOQUE 1: Análisis funcional**

##### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 1.1 Conocer y comprender la estructura de los espacios prehilbertianos e hilbertianos.*
- 1.2 Aplicar los diferentes teoremas de análisis funcional a la resolución de diversos problemas numéricos.*
- 1.3 Comprender los tipos de convergencia que se pueden presentar en problemas de Análisis Funcional.*
- 1.4 Conocer y comprender los espacios de Sobolev.*

##### *CONTENIDOS:*

#### 1.1: ESPACIOS PREHILBERTIANOS

- Espacios Prehilbertianos.
- Desigualdad de Cauchy-Schwartz.
- Ley del paralelogramo.
- Ortogonalidad.
- Espacio de Hilbert.

#### 1.2: TEOREMAS

- Teorema de Riesz-Frechet.
- Convergencia fuerte y débil.
- Teorema de Lax-Milgram.
- Teorema de Optimización.

#### 1.3: ESPACIOS DE SOBOLEV

- Espacios de Sobolev.
- Espacios  $L^2(\Omega)$ ,  $L^p(\Omega)$ .
- Espacios  $H^1(\Omega)$ ,  $H^1_0(\Omega)$ ,  $H^m(\Omega)$ .
- Desigualdad de Poincaré.

#### **BLOQUE 2. El método de elementos finitos. Problemas unidimensionales.**

##### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 2.1 Comprender los fundamentos de la formulación clásica y de la formulación variacional en problemas de 1D.*

2.2 *Comprender y aplicar la formulación del método de elementos finitos a problemas en 1D.*

2.3 *Aplicar el método de elementos finitos a problemas de segundo orden y de cuarto orden.*

#### CONTENIDOS:

##### 2.1: PLANTEAMIENTO DE UN PROBLEMA EN 1D

- Planteamiento físico de un problema de transmisión de calor en 1D.
- Obtención de las ecuaciones.
- Formulación clásica.
- Formulación variacional.
- Condiciones de contorno.

##### 2.2: APROXIMACIÓN POR EL M.E.F.

- Aproximación por el método de elementos finitos (M.E.F.).
- Aproximación global.
- Aproximación local.
- Sistema algebraico.
- Estudio del error de interpolación.

##### 2.3: FORMULACIÓN DE PROBLEMAS DE SEGUNDO Y CUARTO ORDEN

- Formulación de problemas de segundo y cuarto orden.
- Aproximación del problema.
- Ensamblaje de matrices.
- Elementos de tipo Hermite.

### **BLOQUE 3: El método de elementos finitos. Problemas bidimensionales lineales elípticos.**

#### OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

- 3.1 *Comprender y aplicar los fundamentos de la formulación variacional a problemas lineales elípticos de 2<sup>o</sup> orden.*
- 3.2 *Conocer los diferentes tipos de elementos finitos en este tipo de problemas.*
- 3.3 *Comprender y aplicar la aproximación local en el método de elementos finitos en problemas lineales de 2<sup>o</sup> orden.*
- 3.4 *Conocer y aplicar el ensamblado de las matrices para la optimización del método de elementos finitos (M.E.F.) en este tipo de problemas.*

#### CONTENIDOS:

##### 3.1: PROBLEMAS DE 2<sup>o</sup> ORDEN ELÍPTICOS

- Planteamiento de problemas de 2<sup>o</sup> orden elípticos.
- Formulación clásica.
- Formulación débil o variacional del problema.

##### 3.2: APROXIMACIÓN Y ENSAMBLAJE

- Tipos de elementos finitos.
- Aproximación local.
- Ensamblaje de matrices.
- Introducción de las condiciones de contorno.

#### **BLOQUE 4: Formulación isoparamétrica del método de elementos finitos.**

##### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 4.1 Comprender en qué consiste la formulación isoparamétrica del (M.E.F.).*
- 4.2 Calcular las funciones de forma de diversos tipos de elementos isoparamétricos.*
- 4.3 Conocer las condiciones para las transformaciones de coordenadas y analizar su invertibilidad en este tipo de formulaciones.*

##### *CONTENIDOS:*

###### 4.1: TRANSFORMACIONES

- Transformación de coordenadas.
- Cálculo de las funciones de forma locales.
- Casos de elemento cuadrilateral de 4 y de 9 nodos.
- Casos de elemento triangular de 3,6, y 10 nodos.

###### 4.2: CÁLCULO DE MATRICES

- Cálculo de las matrices elementales.
- Elementos subparamétricos, isoparamétricos y superparamétricos.

#### **BLOQUE 5: Problemas parabólicos mediante el método de elementos finitos.**

##### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 5.1 Analizar la formulación de este tipo de problemas y el uso de la técnica de diferencias finitas en este caso.*
- 5.2 Aplicar diferentes métodos a la resolución de problemas parabólicos.*

##### *CONTENIDOS:*

###### 5.1: OBTENCIÓN DE LAS ECUACIONES

- Planteamiento.
- Obtención de las ecuaciones.
- Condiciones de contorno, condición inicial.
- Formulación fuerte del problema.

## 5.2: APROXIMACIÓN

- Formulación débil.
- Aproximación por elementos finitos.

## 5.3: USO COMBINADO DE MÉTODOS

- Empleo combinado de diferencias finitas y elementos finitos.
- Método de Euler
- Otros métodos.

## **BLOQUE 6: Problemas no lineales mediante el método de elementos finitos.**

### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 6.1 *Conocer la metodología para abordar la solución de problemas discretos no lineales.*
- 6.2 *Aplicarla para diferentes casos de materiales no lineales, elasticidad no lineal, plasticidad y fluencia.*

### *CONTENIDOS:*

#### 6.1: PROBLEMAS NO LINEALES

- Planteamiento de un problema no lineal mediante el M.E.F.
- Métodos para la resolución de problemas discretos no lineales.

#### 6.2: ELASTICIDAD NO LINEAL Y PLASTICIDAD

- Consideraciones generales para la elasticidad no lineal.
- Teoría clásica de plasticidad.
- Nociones sobre los problemas de fluencia.

## **BLOQUE 7: Introducción al método de volúmenes finitos.**

### *OBJETIVOS ESPECÍFICOS:*

- 7.1 *Comprender la formulación del Método de Volúmenes Finitos.*
- 7.2 *Conocer las propiedades características del método y su aplicación en diferentes casos.*
- 7.3 *Analizar los diferentes esquemas del método de volúmenes finitos.*

### *CONTENIDOS:*

#### 7.1: DEFINICIÓN Y PRINCIPIOS GENERALES

- Definición del método de volúmenes finitos.
- Principios generales.

## 7.2: PROPIEDADES

- Consistencia
- Invarianza rotacional.

## 7.3: TIPOS DE PROBLEMAS

- Ejemplos de diferentes tipos de esquemas.

## 7.4: RESULTADOS GENERALES

- Orden
- Elasticidad.

### **b) BIBLIOGRAFÍA:**

#### BÁSICA:

- JHONSON, C., 1987. Numerical solutions of partial differential equations by the finite element method. Cambridge University Press.
- MICHAVILA, F., 1986. Fundamentos de cálculo numérico. Topología métrica. Reverté.
- OTTOSEN, N. y PETERSEN, H., 1992. Introduction to the finite element method. Prentice Hall.
- REDDY, J.N., 1984. An introduction to the finite element method. McGraw-Hill.
- ZIENKIEWICZ, O.C., TAYLOR, R.L., 1994. El método de los elementos finitos, Vol. I y II.

#### COMPLEMENTARIA:

- AKIN, J.E., 1994. Finite elements for analysis and Design. Academic Press.
- BATHE, K.J., 1982. Finite elements procedures in engineering analysis. Prentice-Hall.
- SMITH, J.M., GRIFFITHS, D.V., 1997. Programming the finite element method. John Wiley & Sons.

### **c) PRÁCTICAS EN GRUPOS REDUCIDOS**

Se realizará una práctica en el aula de informática, correspondiente a la programación del método de elementos finitos.

### **d) PROCEDIMIENTO DE EVALUACIÓN**

Examen al finalizar el cuatrimestre que incluye ejercicios teóricos y/o prácticos. La puntuación será proporcional a los distintos bloques.