



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID
ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE
INGENIEROS DE MINAS

Ríos Rosas, 21
28003 MADRID.

DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICA APLICADA Y MÉTODOS INFORMATICOS

PROGRAMA DE LA ASIGNATURA

ÁLGEBRA LINEAL I

Curso : 1º
Cuatrimestre : 1º
Carácter : Troncal

Créditos totales
Teóricos : 3
Prácticos : 3

PLAN DE ESTUDIOS 1996

Edición 1: 1997.09.01

PROGRAMA DE ÁLGEBRA LINEAL I

a) OBJETIVOS Y CONTENIDOS

BLOQUE 1. ESPACIOS VECTORIALES I

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1.1: Conocer y comprender las estructuras algebraicas básicas.

1.2: Aplicar la estructura de Espacio Vectorial a la resolución de problemas sencillos.

CONTENIDOS

1.1: Teoría de Conjuntos.

.Notaciones. Aplicaciones. Familia. Relaciones Binarias: Equivalencia y Orden.

1.2: Leyes de Composición Interna. Estructuras Algebraicas.

Ley de composición interna. Elementos notables respecto a una ley de composición interna. Propiedades de las leyes de composición interna. Parte estable. Morfismos. Estructura de semigrupo, monoide, grupo. Subgrupo. Condición de subgrupo. Morfismo de grupos. Clases adjuntas. Estructura de Anillo y Cuerpo.

1.3: Estructura de Espacio Vectorial. Subespacio Vectorial.

Ley de composición externa. Estructura de espacio vectorial. Propiedades. Algebra. Espacio vectorial producto y espacio vectorial cociente. Combinaciones Lineales. Subespacio vectorial. Condición de subespacio. Intersección de subespacios. Subespacio engendrado por una parte. Sistema generador. Suma de una familia finita de subespacios. Suma directa. Subespacio suplementario. Proyector. Producto escalar de vectores. Normas vectoriales.

1.4: Dependencia e Independencia Lineal.

Familia generatriz. Familia libre. Familia ligada. Familia básica. Componentes de un vector. Base canónica.

BLOQUE 2. MATRICES

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

2.1: Conocer y comprender los diferentes tipos de Matrices.

2.2: Resolver problemas de operaciones matriciales.

CONTENIDOS**2.1: Concepto de matriz.**

Concepto de matriz. Tipo de matrices: Cuadradas, rectangulares, simétricas, antisimétricas, triangulares, diagonales. Matriz unidad. Traza de una matriz cuadrada. Igualdad de matrices. Rango de una matriz. Traspuesta de una matriz.

2.2: Operaciones con matrices.

Suma de matrices. Producto de una matriz por un escalar. Espacio vectorial de las matrices. Producto de matrices. Algebra de las matrices cuadradas. Matrices regulares y singulares. Matrices invertibles. Inversa de una matriz.

BLOQUE 3. ESPACIOS VECTORIALES II**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

3.1: *Comprender los espacios vectoriales de dimensión finita.*

3.2: *Utilizar el concepto de Aplicación Lineal en la resolución de problemas sencillos.*

CONTENIDOS**3.1: Espacios vectoriales de dimensión finita.**

Dimensión finita. Teorema de Steinitz. Teorema de la base incompleta. Existencia de bases. Dimensión de un espacio vectorial. Rango. Relación de Grassmann. Isomorfismo fundamental.

3.2: Operaciones con subespacios.

Ecuaciones paramétricas e implícitas de un subespacio. Fórmulas de cambio de base.

3.3: Aplicaciones Lineales.

Condición de Aplicación Lineal. Expresión matricial. Isomorfismo, endomorfismo y automorfismo. Cambio de base. Imagen y núcleo de una aplicación lineal y su determinación. Relación entre las dimensiones del núcleo y la imagen. Espacio vectorial de las aplicaciones lineales. Grupo Lineal.

3.4: Dualidad.

Formas lineales. Espacio dual. Cambio de base dual. Bidual. Ortogonalidad. Traspuesta de una aplicación lineal.

BLOQUE 4. DETERMINANTES**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

4.1: *Resolver problemas simples de Determinantes.*

CONTENIDOS**4.1: Aplicaciones multilineales. Determinantes.**

Aplicaciones bilineales. Forma bilineal simétrica, antisimétrica y alternada. Función determinante de una matriz cuadrada (2×2) y 3×3). Regla de Sarrus. Formas multilineales. Determinante de una matriz cuadrada ($n \times n$). Propiedades. Desarrollo de un determinante por los elementos de una línea. Desarrollo de un determinante por fila y columna. Menor y adjunto de un elemento. Matriz de los adjuntos. Matriz complementaria. Desarrollo de un determinante por menores. Regla de Laplace. Determinante adjunto. Determinante de Vandermonde.

BLOQUE 5. SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

5.1: Conocer y comprender los conceptos fundamentales de sistemas de ecuaciones lineales.

5.2: Aplicar los métodos directos de sistemas de ecuaciones lineales a la resolución de problemas sencillos.

5.3: Analizar el condicionamiento de un sistema de ecuaciones lineales.

CONTENIDOS**5.1: Planteamiento y estudio general de un sistema.**

Planteamiento. Estudio de un sistema general de ecuaciones lineales. Existencia y unicidad de solución. Sistemas compatibles y determinados. Teorema de Rouchè.

5.2: Métodos directos de Resolución.

Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Método de Cramer. Método de Gauss: Simple, pivote parcial y pivote total. Aplicación al cálculo de la matriz inversa. Matriz definida positiva. Matriz definida por bloques. Métodos de factorización directa: Descomposición LU, Crout, Cholesky y Doolittle. Caso de matrices tridiagonales. Costo computacional.

5.3: Condicionamiento de un sistema.

Condicionamiento de un sistema de ecuaciones lineales. Introducción a las normas matriciales. Influencia de los cambios en un sistema de ecuaciones.

BLOQUE 6. DIAGONALIZACION DE ENDOMORFISMOS Y MATRICES**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

6.1: Conocer los conceptos de valor y vector propio y su cálculo numérico.

6.2: Aplicar los valores y vectores propios a la diagonalización o triangularización de endomorfismos y matrices.

CONTENIDOS

6.1: Endomorfismos. Valores y vectores propios.

Endomorfismos de espacios vectoriales. Expresión matricial. Cambio de base. Valores y vectores propios. Polinomio característico. Invarianza del polinomio característico en los cambios de base. Semejanza de matrices. Algebra de los endomorfismos. Independencia lineal de los vectores propios. Propiedades de los subespacios de vectores propios. Caso en que el polinomio característico tiene raíces múltiples.

6.2: Diagonalización y triangularización.

Diagonalización de matrices. Caso de matrices simétricas. Triangularización de matrices. Polinomios de matrices y Teorema de Cayley-Hamilton. Polinomio mínimo. Subespacios estables cíclicos. Teorema de la descomposición de un espacio vectorial en subespacios estables cíclicos. Forma de Jordan de una matriz.

6.3: Introducción al cálculo numérico de valores y vectores propios.

Introducción a los métodos numéricos para el cálculo de valores y vectores propios. Método de la Potencia y método de la potencia inversa. Transformaciones de Givens. Método de Jacobi clásico, cíclico y cíclico con filtro.

b) BIBLIOGRAFÍA

Básica:

- BURGOS, J. de, 1993. Álgebra Lineal. Ed. Mc. Graw-Hill, 1993.
- CONDE, C. y WINTER, G., 1990. Métodos y algoritmos básicos de álgebra lineal. Ed. Reverté, 1990.
- ROJO, J., 1986. Álgebra Lineal. Ed. A.C., 1986.
- VILLA, A. de la, 1991. Problemas de álgebra lineal. Ed. Clagsa, 1991.

Complementaria:

- LAY, D.C., 1994. Linear algebra and its applications. Ed. Addison Wesley, 1994.
- NOBLE, B. y DANIEL, J.W., 1988. Applied linear algebra. Ed. Prentice-Hall, 1988.
- STRANG, G., 1990. Álgebra Lineal y sus aplicaciones. Ed. Addison Wesley Iberoamericana, 1990.